

Mécanique  
TD 4

1. Un objet ponctuel de masse  $m$  glisse sans frottement sous l'action de la pesanteur sur la surface extérieure d'une boule sphérique. A l'instant initial, l'objet se trouve au sommet de la surface. S'il commence à glisser avec une vitesse initiale nulle, déterminer le point où l'objet quitte la surface de la boule.
2. Un point matériel  $M$  de masse  $m$  glisse sans rouler et sans frottement le long d'un plan incliné faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontale. Sa vitesse initiale étant nulle, il glisse sur une distance  $d$  jusqu'à ce qu'il percute un ressort de constante  $k$  placé au bas du plan. Trouver la déformation maximale du ressort.
3. Une particule ponctuelle de masse  $m$  subit un champ de force conservatif  $\vec{F}$ . L'énergie potentielle associée à cette force est:

$$U(x) = 3x^2 - x^3$$

- (a) Tracer le graphe de la fonction  $U(x)$ .
  - (b) À partir de la courbe de  $U(x)$ , déterminer le sens de la force  $\vec{F}$  suivant les valeurs de  $x$ .
  - (c) Analyser les mouvements de la particule pour les différentes valeurs possibles de l'énergie.
  - (d) Trouver les points d'équilibre et déterminer leur stabilité.
4. Soit le champ de force suivant:

$$\vec{F} = (y^2 z^3 - 6xz^2)\vec{i} + 2xyz^3\vec{j} + (3xy^2 z^2 - 6x^2 z)\vec{k}$$

- (a) Montrer que  $\vec{F}$  dérive d'un potentiel.
  - (b) Déterminer ce potentiel.
  - (c) Calculer le travail fourni par  $\vec{F}$  en déplaçant un point matériel du point  $A(-2, 1, 3)$  au point  $B(1, -2, -1)$ .
5. On considère un point matériel  $M$  de masse  $m$  dans le champ de force suivant:

$$\vec{F} = (x + y)\vec{i} - xz^2\vec{j} + 3z\vec{k}$$

(a)  $\vec{F}$  dérive-t-il d'un potentiel?

(b) Sachant que la trajectoire de  $M$  est donnée par les équations paramétriques suivantes:

$$\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = t^2 + 1 \\ z(t) = t^3 \end{cases}$$

calculer le travail développé par  $\vec{F}$  lorsque  $M$  passe du point  $A(0, 1, 0)$  au point  $B(2, 2, 1)$ .